المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الإمتحانات

التمرين الأول : (2,0 ن)

1,00 ن — 1 باستعمال مكاملة بالأجزاء، أحسب التكامل التالي : $I = \int_1^2 \ln x \, dx$

1,00 ن — 2 أحسب التكامل التالي : $J = \int_0^{\ln 4} x\sqrt{e^x}\, dx$ (يمكنك وضع : $t = \sqrt{e^x}$)

التمرين الثاني : (2,5 ن)

يحتوي كيس على 6 كرات بيضاء تحمل الأعداد 0 و 0 و 0 و 1 و 1 و 2 و كرتين سوداوين تحملان العددين 0 و 1 (لا يمكن التمييز بينها باللمس)

نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس .

1,50 ن — 1 أحسب احتمال كل من الحدثين A و B التاليين :

A : " للكرتين المسحوبتين نفس اللون " .

B : " جداء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين منعدم " .

1,00 ن — 2 نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بمجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين ، حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الثالث : (3,5 ن)

ليكن m عددا عقديا معلوما معياره $\sqrt{2}$ و عمدته α و نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة (E) المعرفة بما يلي : $(E) : mz^2 - 2z + \overline{m} = 0$.

($\overline{m}$ هو مرافق m و $|m| = \sqrt{m\overline{m}}$)

1,00 ن — 1 بين أن حلي المعادلة (E) هما : $z' = \dfrac{1+i}{m}$ و $z'' = \dfrac{1-i}{m}$

1,50 ن — 2 أكتب كل من z' و z'' و $\dfrac{z'}{z''}$ على الشكل المثلثي .

1,00 ن — 3 في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط : A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : z' و z'' و $(z' + z'')$. بين أن الرباعي $OACB$ مربع .

التمرين الرابع : (2,0 ن)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ، نعتبر النقطة $A(2,0,2)$ و المستوى $(\mathcal{P})$ ذو المعادلة : $x + y - z - 3 = 0$.

0,50 ن — 1 حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من A و العمودي على $(\mathcal{P})$

0,50 ن — 2 حدد احداثيات B نقطة تقاطع المستقيم (D) و المستوى $(\mathcal{P})$.

		3		نعتبر الفلكة $(\mathcal{S})$ التي مركزها A و التي تقطع المستوى $(\mathcal{P})$ وفق الدائرة التي مركزها B و شعاعها 2 .
0,50 ن		3	أ	حدد شعاع الفلكة $(\mathcal{S})$.
0,50 ن		3	ب	أكتب معادلة ديكارتية للفلكة $(\mathcal{S})$.

التمرين الخامس : (10,0 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x)=\begin{cases}\ln(1-x^3) & ; \ x<0\\ 4x\sqrt{x}-3x^2 & ; \ x\geq 0\end{cases}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

0,50 ن		1	أ	بين أن الدالة f متصلة في النقطة O .
1,00 ن		1	ب	بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق في النقطة O (نذكر أن : $\lim\limits_{t\to 0}\frac{\ln(1+t)}{t}=1$)
1,50 ن		2		بين أن الدالة f تناقصية على المجالين $]-\infty\,;0]$ و $[1\,;\,+\infty[$ ، و تزايدية على المجال $[0;1]$
0,50 ن		3	أ	أحسب النهايتين : $\lim\limits_{t\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{t\to+\infty}f(x)$.
0,50 ن		3	ب	تحقق من أنه لكل $x<0$ لدينا : $\frac{f(x)}{x}=3\left(\frac{\ln(-x)}{x}\right)+\frac{\ln(1-x^{-3})}{x}$
0,50 ن		3	ج	أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى $(\mathscr{C})$.
1,00 ن		4		أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$.
		5		ليكن h قصور الدالة f على المجال $]-\infty\,;0]$.
0,50 ن		5	أ	بين أن h تقابل من المجال $]-\infty\,;0]$ نحو مجال J يجب تحديده .
1,00 ن		5	ب	حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .
1,00 ن		6		نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases}u_{n+1}=4u_n\sqrt{u_n}-3(u_n)^2 & ; \ (\forall n\epsilon\mathbb{N})\\ u_0=\frac{4}{9}\end{cases}$
				(يمكنك فيما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f)
0,50 ن		6	أ	بين بالترجع أن : $\frac{4}{9}\leq u_n\leq 1 \quad ; \ (\forall n\epsilon\mathbb{N})$
0,50 ن		6	ب	بين أن المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ تزايدية
1,00 ن		6	ج	استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ متقاربة ثم حدد نهايتها.